

姓名

日期

期別

## 家長引導素材

### 多項式和有理函數

在本單元中，學生將學會一種函數，即多項式。（在較低的年級，學生學會了兩種特殊的多項式函數，即：線性函數和二次函數）。多項式是只涉及一個字母（稱為變數）的項的總和，其中變數的指數是整數。例如， $3x^3 - x^2 + 10$  和  $5x^6$  就是多項式。但  $6x^{-2} + 2x^{-1}$  就不是，因為其指數為負數。 $2xy - 7x$  也不是，因為其包含不止一個變數。你的學生將會把表示多項式函數的不同方法（如圖形和方程式）聯繫起來。

數字的乘法和除法將擴充到多項式，因此現在正是複習動手算乘法和除法的時候。當數字相乘時，我們通常會使用分配律，即一個數的每一部分都與另一個數的每一部分相乘。例如，34 是 30 加 4，或 3 個 10 加 4 個 1。每個數的十和一乘以另一個數的十和一，然後將所有結果相加。多項式相乘時，我們也要用到分配律。下面分別舉例說明：

$$\begin{aligned} &(30 + 4)(10 + 5) \\ &= 30(10 + 5) + 4(10 + 5) \\ &= 30 \cdot 10 + 30 \cdot 5 + 4 \cdot 10 + 4 \cdot 5 \\ &= 300 + 150 + 40 + 20 \\ &= 510 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &(x - 7)(2x + 3) \\ &= x(2x + 3) + (-7)(2x + 3) \\ &= x \cdot 2x + x \cdot 3 + (-7) \cdot 2x + (-7) \cdot 3 \\ &= 2x^2 + 3x - 14x - 21 \\ &= 2x^2 - 11x - 21 \end{aligned}$$

數字或多項式的乘法可以用很多方法表示，你的學生應該找到一種既合理又有用的方法。請學生向你示範如何進行多項式乘法。

多項式的長除法與數字的長除法很相似。下面分別舉例說明：

$$\begin{array}{r} 31 \\ 12372 \\ -36 \\ \hline 12 \\ -12 \\ \hline 0 \end{array}$$

姓名

日期

期別

$$\begin{array}{r}
 3x + 1 \\
 x + 23x^2 + 7x + 2 \\
 -3x^2 - 6x \\
 \hline
 \phantom{x +} x + 2 \\
 -x - 2 \\
 \hline
 \phantom{x +} 0
 \end{array}$$

除法也可以用多種方法表示，所以如果你或你的學生學會了長除法的另一種方法，這種方法也可以用到多項式上面。

請與學生一起嘗試完成這個任務：

1. 用你喜歡的任何方式將 47 乘以 25。試著用同樣的方法將這兩者相乘  $(4x + 7)(2x + 5)$ 。哪些地方是一樣的？哪些地方是不一樣的？
2. 用你喜歡的任何方式將 372 除以 12。然後用另一種方式來表示這個除法，例如用圖片或文字。
3. 因式分解該表達式。將因數相乘，檢查答案。在進行因式分解和乘法運算時，你是如何知道每一步該如何做的？
  - a.  $x^2 + 5x + 6$
  - b.  $x^2 + 2x - 8$

解法：

1. 47 乘以 25 的一種方法是使用標準乘法運算法則。 $(4x + 7)(2x + 5)$  也可以用類似的方法。就像我們用 47 乘以 5 再乘以 20 然後相加一樣，我們也可以用  $4x + 7$  乘以 5 再乘以  $2x$  然後相加。以下是兩個版本：

$$\begin{array}{r}
 47 \\
 \times 25 \\
 \hline
 235 \\
 +940 \\
 \hline
 1175
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 4x + 7 \\
 \times 2x + 5 \\
 \hline
 20x + 35 \\
 + 8x^2 + 14x + 0 \\
 \hline
 8x^2 + 34x + 35
 \end{array}$$

姓名

日期

期別

2. 372 除以 12 的一種方法是標準除法算法（如前所述）。另一種方法是減法。為了提高效率，我們可以先減去一組 120（10 個 12），直到結果小於 120，然後再減去一組 12。我們可以從 372 中減去 3 組 120 和 1 組 12，然後就沒有剩餘的東西了。因此，一共有 31 組 12。
- 3.
- $x^2 + 5x + 6 = (x + 3)(x + 2)$
  - $x^2 + 2x - 8 = (x + 4)(x - 2)$



© 創用 CC 授權姓名標示 2019 年 Illustrative Mathematics® 版權所有